SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN TECNOLÓGICA INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS
CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS, INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS No. 5
"GERTRUDIZ BOCANEGRA"

ACADEMIA: **TEMAS SELECTOS MATEMATICAS 1**
PERIODO**: FEBRERO A JUNIO 2025**

NOMBRE DEL ALUMNO: ____________________________________ GRUPO: __________

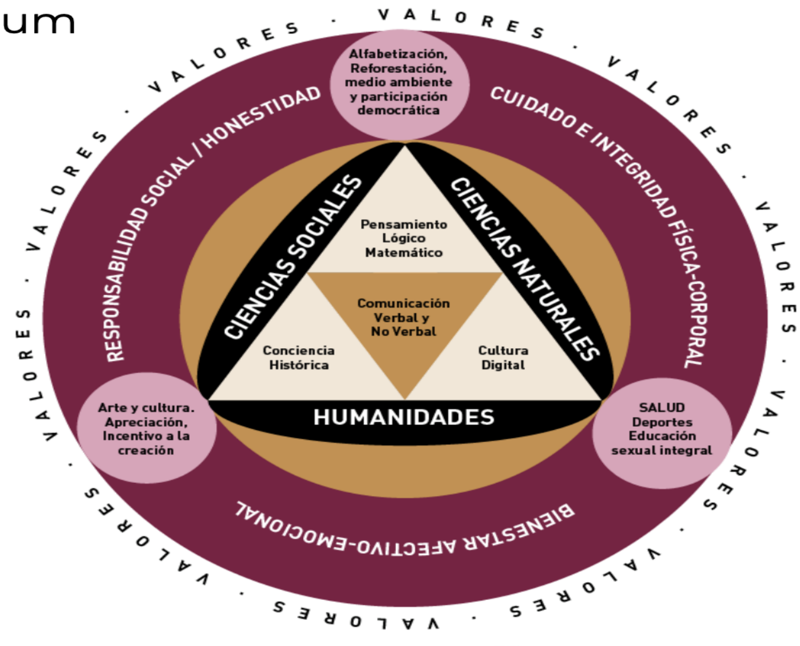
PROFESORES: **Isaías Apreza Patrón**
Bertha Coeto Sánchez
Jenny Noemi Núñez López

GUIA DE ESTUDIOS DE EXTRAORDINARIO Y CURSO INTERSEMESTRAL

FEBRERO A JUNIO 2025.

Objetivo de las Matemáticas en la Educación Media Superior

um



[https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/images/MarcoCurricularComunEMS2022.pdf 30/01/2025](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/images/MarcoCurricularComunEMS2022.pdf).

Precisiones del Nuevo Marco Curricular Común

ESTRUCTURA CURRICULAR BACHILLERATO TECNOLÓGICO											
SEMESTRE 1	**H/S**	**SEMESTRE 2**	**H/S**	**SEMESTRE 3**	**H/S**	**SEMESTRE 4**	**H/S**	**SEMESTRE 5**	**H/S**	**SEMESTRE 6**	**H/S**
Lengua y Comunicación I	3	Lengua y Comunicación II	3	Lengua y Comunicación III	3					Propedéuticas	3
Inglés I	3	Inglés II	3	Inglés III	3	Inglés IV	3	Inglés V	5		
Pensamiento matemático I	4	Pensamiento matemático II	4	Pensamiento matemático III	4	Temas selectos de matemáticas I	4	Temas selectos de matemáticas II	5	Temas selectos de matemáticas III	5
						Conciencia histórica I: Perspectivas del mundo antiguo a la modernidad	3	Conciencia histórica II: El mundo moderno, el expansionismo capitalista	3	Conciencia histórica III: La realidad actual en perspectiva histórica	3
Cultura digital Tecnologías de la Información y la Comunicación	4	Cultura digital Tecnologías de la Información y la Comunicación	1							Propedéuticas	3
La materia y sus interacciones	4	Reacciones químicas: conservación de la materia en la formación de nuevas sustancias	4	La conservación de la energía y su interacción con la materia	4	La energía en los procesos de la vida diaria	4	Ecosistemas: interacciones, energía y dinámica	4	Organismos: estructuras y procesos. Herencia y evolución biológica	4
Humanidades I	4			Humanidades II	4					Humanidades III	5
Ciencias sociales I	2	Ciencias sociales II	2			Ciencias sociales III	2				
Formación socioemocional	3	Formación socioemocional	3	Formación socioemocional	3	Formación socioemocional	3	Formación socioemocional	3	Formación socioemocional	3
		Módulo	17	Módulo	17	Módulo	17	Módulo	12	Módulo	12

Total de 208 horas semana mes. Se incluyen las 75 horas del componente de formación profesional.

REFORZAMIENTO DE LOS CONTENIDOS CENTRALES.

PRIMER PARCIAL: ANGULOS

1. INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRIA EUCLIDIANA.

1.1 CONCEPTOS BASICOS

Geometría:

Es la ciencia que estudia las propiedades de las formas o figuras.
Para su estudio se divide en:

- *Geometría plana*: La que estudia a las figuras en dos dimensiones.
- *Geometría del espacio*: La que estudia a las figuras en tres dimensiones.
- *Geometría analítica*: La que analiza algebraicamente a las figuras geométricas sobre un sistema de coordenadas.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno:.**https://www.youtube.com/watch?v=ILSuINm3VEQ&list=LLPUkQrIFz46Rw_UsOo2qnEw&index=102**

2. ELEMENTOS NO DEFINIDOS DE LA GEOMETRÍA

2.1 Punto. El puno geométrico no tiene dimensión, sólo posición. El punto geométrico se denota por medio de una letra mayúscula colocada junto al punto gráfico

.A . B

2.2 Línea: Sucesión continua e indefinida de puntos en una sola dimensión: la longitud.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno:.

https://www.youtube.com/watch?v=2R03L7tNSUI

Las líneas se clasifican en:

2.2.1 Recta: Línea que tiene todos sus puntos en una misma dirección.

A B

m

Las puntas de flecha indican que la figura se puede prolongar en ambos sentidos.

Su notación puede ser $\overleftrightarrow{AB}$ se lee "la recta A" ó se lee "recta m"

Las rectas pueden ser:

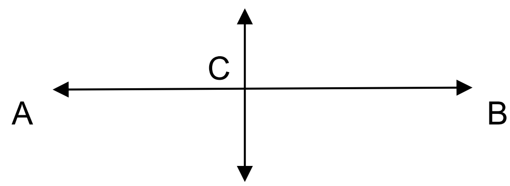
Rectas Paralelas. Son dos rectas que no tienen ningún punto en común y la distancia entre ellas siempre es la misma.

A B

C D

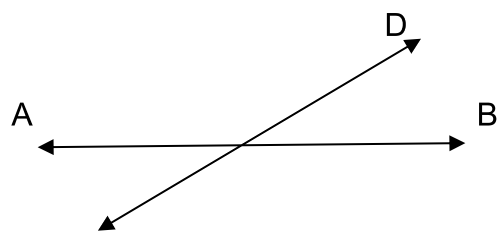
$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ Se lee, la recta AB es paralela a la rectas CD

Rectas Perpendiculares. Son dos rectas que se cortan en un punto, formando 4 ángulos de 90º cada uno.



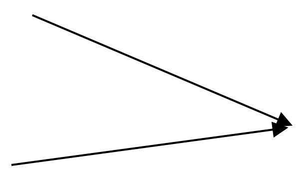
$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ Se lee, la recta AB es perpendicular a la rectas CD

Rectas . Dos rectas son secantes, si están en el mismo plano y al cortarse en un mismo plano y se cortan en un mismo punto formando 4 ángulos, cada uno diferente de 90º.

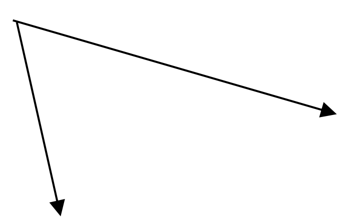


La recta $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ son secantes

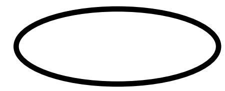
Rectas Convergentes: Son líneas que parten de 2 puntos diferentes, se unen en otro extremo al ´proyectar sus extremos.



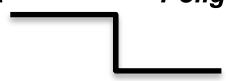
Rectas Divergentes: Son líneas que parten de un mismo punto y al proyectarse sus extremos se separan en diferentes direcciones.

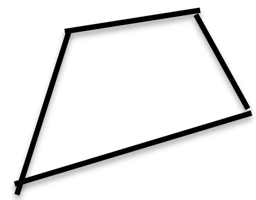


Curva: ***Curva abierta*** ***Curva Cerrada***

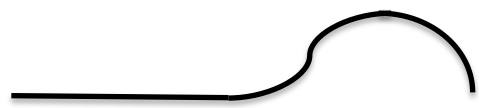


Poligonales : ***Poligonales abierta*** ***Poligonales cerrada***



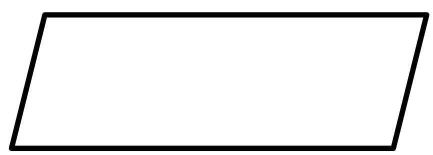


Mixta.



Plano: Es una superficie que se extiende indefinidamente, tiene 2 dimensiones longitud y anchura.

Plano “P”



Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno:
https://www.youtube.com/watch?v=gnZbrXSC82k

2. ANGULOS

Definición.

Es la abertura comprendida entre dos rectas que se cortan en un punto. Las rectas son los lados del ángulo y el punto donde se cortan es su vértice.

Clasificación de los ángulos:

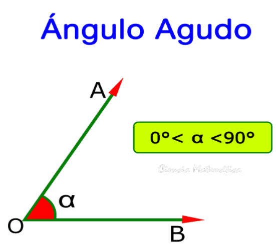
***Por su medida*:**

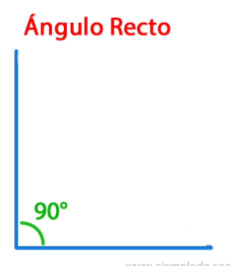
Se clasifican en:

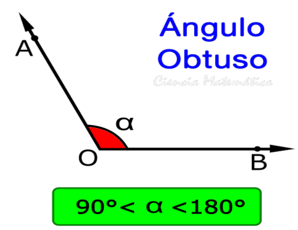
- *Agudo:*
  El que es menor que un ángulo recto.

- *Recto:*
  El ángulo formado por dos semirrectas perpendiculares entre sí.

- *Obtuso:*
  El que es mayor que un ángulo recto.



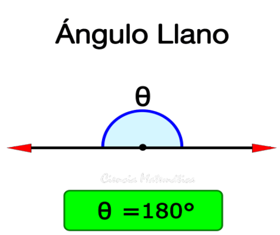


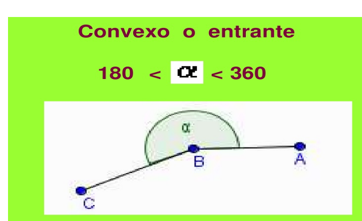


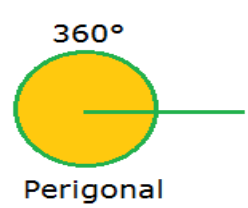
- *Colineal o llano:*
  El que es igual a dos ángulos rectos. Es aquel en que los lados son prolongación el uno del otro, formando una línea recta.

- *Entrante:*
  El que es mayor que dos ángulos rectos, pero menor que cuatro.

- *Perígono o perigonal:*
  El que es igual a cuatro ángulos rectos.







Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno:

https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=4pGyx2PrfgM

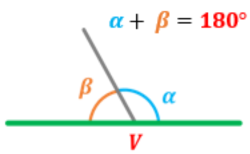
Ejercicios: Traza en tu cuaderno los siguientes ángulos y de acuerdo con su medida, indica cómo se llama cada uno de ellos:

EJERCICIO QUE REALIZA		**RESULTADO**
Ángulo	**Vértice lado:**	
1.- 60º	Derecho	
2.- - 60º	Derecho	
3.- -120º	Izquierdo	
4.- 87º	Izquierdo	
5.- 25º	Derecho	
6.- - 45º	Izquierdo	
7.- 75º	Izquierdo	
8.- - 90º	Derecho	

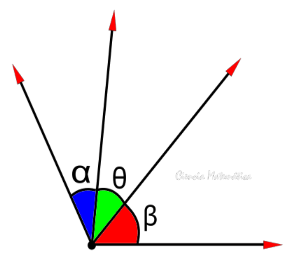
***Por su posición*:**

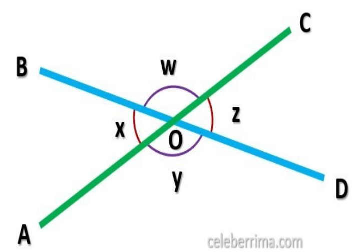
Se clasifican en:

- *Adyacentes:*
  Los ángulos que tienen un lado común y son exteriores uno del otro.
- *Consecutivos:*
  Dos ángulos se llaman consecutivos cuando tienen un lado común que separa a los otros dos lados.
- *Opuestos por el vértice:*
  Dos ángulos que tienen un vértice común y cuyos lados de uno son la prolongación de los lados del otro.



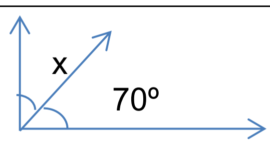
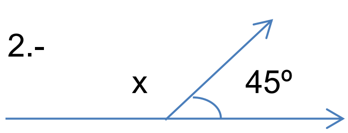
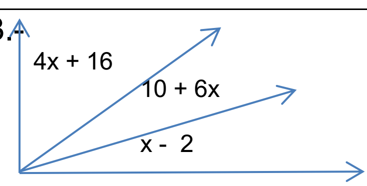
Ángulos adyacentes

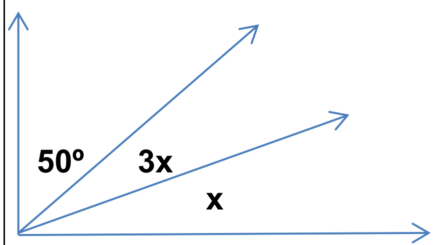
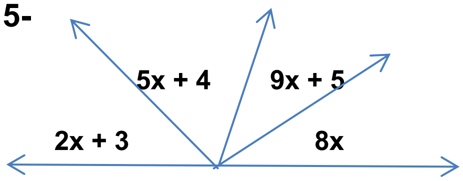
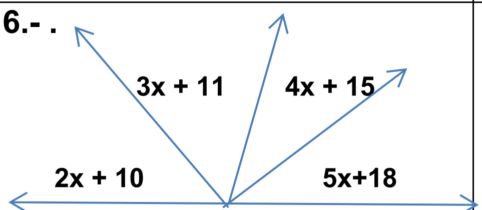
Ángulos Consecutivos


Ángulos opuestos por el vértice


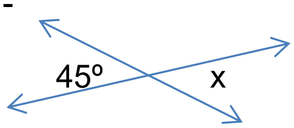
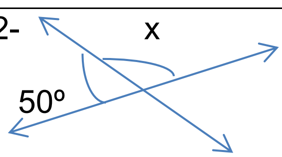
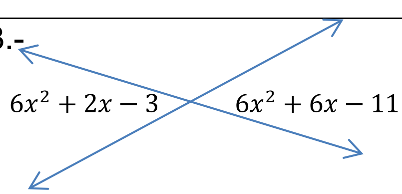
Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno https://www.youtube.com/watch?v=ENLass_jwAA

EJERCICIO: Calcula el valor del ángulo X de las siguientes figuras, considerando que pueden ser: Adyacentes o consecutivos, para comprender mejor la solución de los ejercicios, se sugiere ver el video.

EJERCICIO PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1.- 	
2.- 	
3.- 	

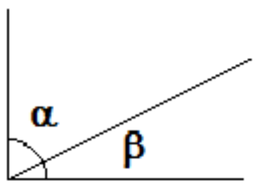
<table>
<tr><th>EJERCICIO PARA REALIZAR</th><th>PROCEDIMIENTO Y RESULTADO</th></tr>
<tr><td>4.-
</td><td></td></tr>
<tr><td>5-
</td><td></td></tr>
<tr><td>6.- .
</td><td></td></tr>
</table>

EJERCICIO: Calcula el valor del ángulo X de las siguientes figuras, considerando que pueden ser: Opuestos por el vértice, para comprender mejor la solución de los ejercicios, se sugiere ver el video: **https://www.youtube.com/watch?v=agi8NG3SbY0**

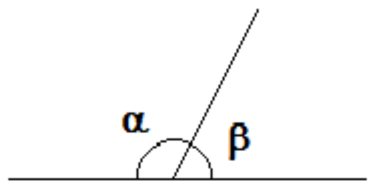
<table>
<tr><th>EJERCICIO PARA REALIZAR</th><th>PROCEDIMIENTO Y RESULTADO</th></tr>
<tr><td>1.-
</td><td></td></tr>
<tr><td>2-
</td><td></td></tr>
<tr><td>3.-
</td><td></td></tr>
</table>

***Por la suma de sus medidas*:**

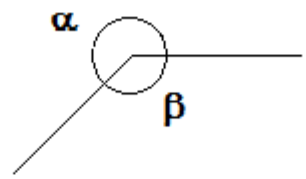
- *Complementarios:*
  Ángulos adyacentes que suman un ángulo recto.
- *Suplementarios.*
  Ángulos adyacentes que suman dos ángulos rectos.
- *Conjugados:*
  Ángulos adyacentes que suman cuatro ángulos rectos. Ángulos que forman un perígono.
  .



Ángulos complementarios

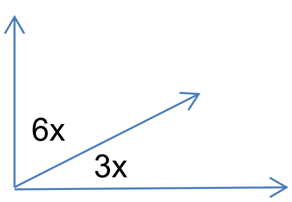
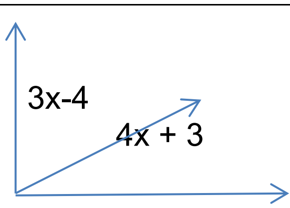
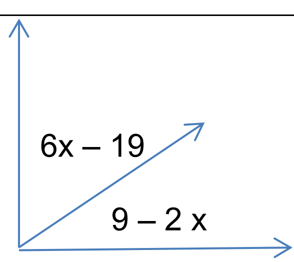


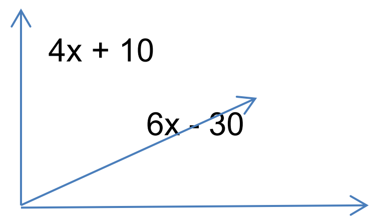
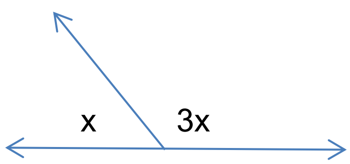
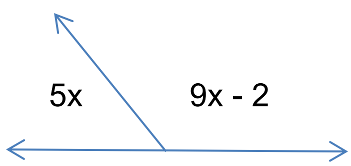
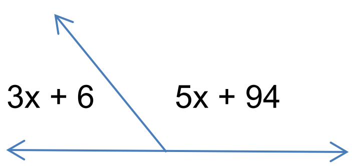
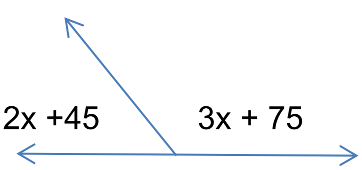
Ángulos suplementarios



Ángulos conjugados

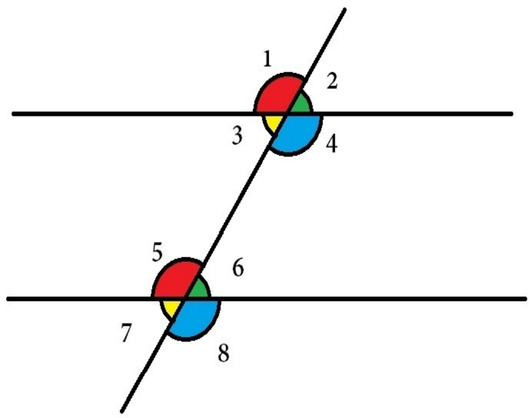
EJERCICIO: Calcula el valor del ángulo X de las siguientes figuras, considerando que pueden ser: Complementarios o suplementario, para comprender mejor la solución de los ejercicios, se sugiere ver el video: https://www.youtube.com/watch?v=Z92U4qHumxo

EJERCICIOS PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1.- 	
2.- 	
3.- 	

EJERCICIOS PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
4. 	
5.- 	
6.- 	
7.- 	
8.- 	

***Formados* por dos paralelas cortadas por una transversal:**

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno.
https://www.youtube.com/watch?v=m1WcxcDlNAY

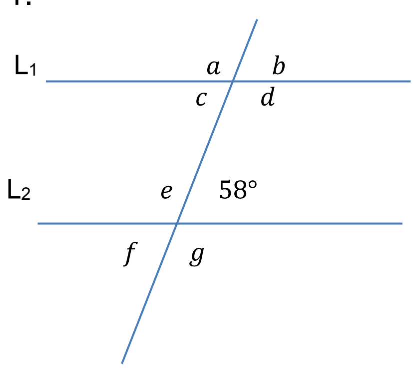


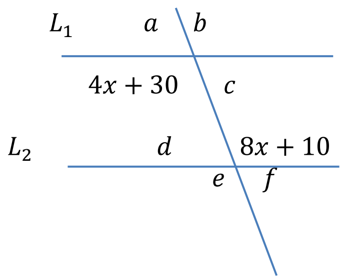
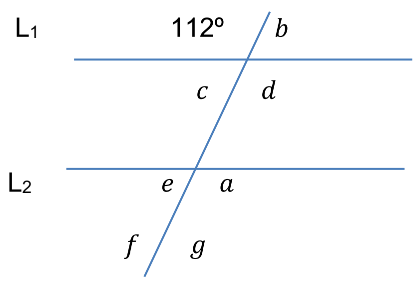
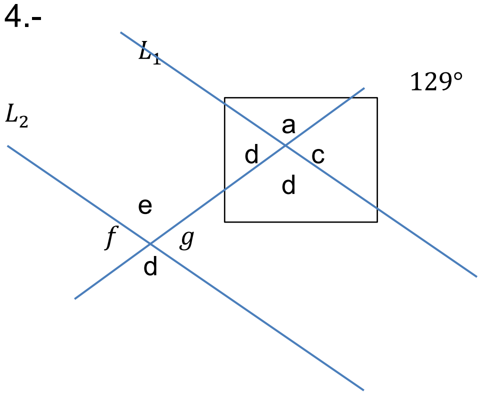
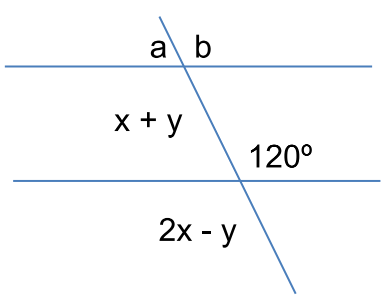
Ángulos alternos internos: son los que están entre las líneas paralelas y a distinto lado de la secante. son los ángulos 4y5 y 3y6 del dibujo. Cada pareja de ángulos tiene la misma medida.

Ángulos alternos externos: igual que los anteriores pero en la parte externa de las paralelas. Son los ángulos 1y8 y 2y7.

Ángulos correspondientes: son los que se encuentran en el mismo lado de las paralelas y de la secante. En el dibujo serían 1y5, 3y7, 2y6, 4y8.

EJERCICIOS: Calcula todos los ángulos, considerando que las líneas L_1y l_2 son paralelas. Para comprender mejor la solución de los ejercicios, se sugiere ver el video:
https://www.youtube.com/watch?v=IADOo1DD0-w

EJERCICIOS PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1.- 	

EJERCICIOS PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
2.- 	
2.- 	
4.- 	
5.- 	

SEGUNDO PARCIA

TRIÁNGULOS.

DEFINICIÓN.

- Es la porción de plano limitado por tres rectas que se cortan dos a dos.
- El triángulo es una superficie plana trilateral; es decir, tiene tres lados y por lo tanto tres ángulos y tres vértices.

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

Los triángulos se pueden clasificar de dos formas: (1) De acuerdo con la medida de sus lados, y (2) De acuerdo con la medida de sus ángulos interiores.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno.
https://youtu.be/I9S1kBXLkBo

Triángulo Equilátero: Las medidas de sus tres lados son iguales, es decir, los tres lados son congruentes.

Triángulo Isósceles: Las medidas de dos lados son iguales, es decir, dos lados son congruentes.

Triángulo Escaleno: Todas las medidas de sus lados son diferentes, es decir, no tiene lados congruentes.

Por sus lados:

- ***Escaleno***:
  El que tiene tres lados desiguales.
- ***Isósceles:***
  El que tiene dos lados iguales.
- ***Equilátero:***
  El que tiene tres lados iguales.

Por sus ángulos:
Con base en los ángulos interiores, los triángulos se clasifican en Triángulo Acutángulo, Triángulo Rectángulo y Triángulo Obtusángulo.

Triángulo Acutángulo: Cuando los tres ángulos interiores son agudos.
Triángulo Rectángulo: Cuando un ángulo es recto.
Triángulo Obtusángulo: Cuando un ángulo es obtuso.

- ***Acutángulo:***
  El que tiene tres ángulos agudos.
- ***Recto***
  El que tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos.
- ***Obtusángulo:***
  El que tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.


TIPOS DE TRIÁNGULOS
Según sus lados
TRES LADOS IGUALES.
EQUILÁTERO
DOS LADOS IGUALES.
ISÓSCELES
TRES LADOS DESIGUALES
ESCALENO
Según sus angulos
TRES ÁNGULOS AGUDOS
ACUTÁNGULO
UN ÁNGULO RECTO
RECTÁNGULO
UN ÁNGULO OBTUSO.
OBTUSÁNGULO

4.3 PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS

1. La suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a 180° o ángulo llano.
2. Si dos lados son congruentes entonces el triángulo tiene dos ángulos congruentes.
3. A lado mayor se opone el ángulo mayor y al lado menor se opone el ángulo menor. - Si un triángulo tiene dos ángulos congruentes entonces es triángulo isósceles.
4. El lado mayor del triángulo siempre es de menor medida que la suma de las medidas de los otros dos lados:
5. Si los lados del triángulo son **a, b, c** y **c** es el lado mayor, entonces **c < a + b**.
6. En todo triángulo rectángulo los otros dos ángulos son agudos.

7. En todo triángulo obtusángulo los otros dos ángulos son agudos.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno.
https://youtu.be/mim05Nfu5KM

Medidas de ángulos.

Medir un ángulo es compararlo con otro que se toma como unidad. Existen tres sistemas de medición que son:

Sistema de medición de Ángulos:

Sistema sexagesimal.

Basado en la división de la circunferencia en 360 partes iguales. Cada división de la circunferencia se llama grado. Un ángulo de un grado tiene el vértice en el centro del círculo y sus lados pasan por dos divisiones consecutivas. Cada grado se subdivide en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos. Es el sistema más utilizado.

Sistema centesimal.

Basado en la división de la circunferencia en 400 partes iguales. Cada división de la circunferencia se llama grado centesimal. Un ángulo de un grado centesimal tiene el vértice en el centro del círculo y sus lados pasan por dos divisiones consecutivas. Cada grado se subdivide en 100 minutos y cada minuto en 100 segundos.

Sistema circular o cíclico.

Basado en la medida comparativa de un arco de círculo al radio de este. La unidad de este sistema es el radián. Un radián es el ángulo cuyos lados comprenden un arco cuya longitud es igual al radio de la circunferencia y tiene como vértice el centro del círculo.

Relación entre los sistemas sexagesimal y circular o cíclico.

Debemos considerar los siguientes puntos:

- En un círculo el ángulo perigonal equivale a cuatro rectos o 360º, en el sistema sexagesimal.
- El perímetro del círculo es la circunferencia cuya longitud es $2\pi r$, donde r es el radio del círculo.
- El ángulo en radianes en el sistema circular es la razón entre el arco de círculo a su radio, por lo que el ángulo perigonal dividido por el radio equivale a $2\pi r/r = 2\pi$ radianes.
- La relación entre ambos sistemas para un ángulo perigonal es la siguiente: <u>360º = 2π radianes</u>.
- De esta relación se tiene que <u>180º = π radianes</u>.
- En consecuencia podemos determinar qué:
  - 1 radián = 180º/π y
  - 1º = π radianes/180.

Conversion de Grados sexagesimales a radianes y viceversa

https://www.youtube.com/watch?v=S5xmJTmqQFA

De ángulos en radianes en fracción común a ángulos en grados sexagesimales:

Formula: $$\frac{º}{180º} = \frac{rad}{\pi}$$

Ejemplo: Convertir el ángulo $\alpha = \frac{3\pi}{2} rad$ a grados sexagesimales.

Solución: Puede aplicarse una regla de tres:
$180º - \pi \ :: \ \alpha$ radianes $- x°$
y despejar x.

$$x^\circ = \frac{\alpha_{rad}180^\circ}{\pi_{rad}} = \frac{\frac{3\pi}{2} rad * 180^\circ}{\pi_{rad}} = \frac{\frac{3\pi * 180^\circ}{2}}{\pi} = \frac{\frac{540\pi^\circ}{2}}{\pi} = \frac{270\pi^\circ}{\pi} = 270^\circ$$

De ángulos en grados sexagesimales a ángulos en radianes en fracción decimal:

Ejemplo: Convertir el ángulo α = 92º a radianes en fracción decimal.

Solución: Puede aplicarse una regla de tres:

180º – π **: :** α° – *x* radianes

y despejar *x*.

En esta conversión se utiliza el valor numérico de **π** = 3.1416 (redondeado a cuatro cifras decimales).

$$x_{rad} = \frac{\alpha^\circ * \pi}{180^\circ} = \frac{92^\circ * 3.1416 \ \ rad}{180^\circ} = \frac{92 * 3.1416}{180} = 1.6057 rad$$

De ángulos en radianes en fracción decimal a ángulos en grados sexagesimales:

Ejemplo: Convertir el ángulo α = 4.7124 radianes a grados sexagesimales.

Solución: Puede aplicarse una regla de tres:

180º – π **: :** α radianes – *x*°

y despejar *x*.

$$x^\circ = \frac{\alpha_{rad}180^\circ}{\pi_{rad}} = \frac{4.7124 rad * 180^\circ}{\pi_{rad}} = \frac{4.7124 * 180^\circ}{3.1416} = 270^\circ$$

Grados sexagesimales con decimales a Grados, minutos y segundos

https://www.youtube.com/watch?v=E_RwKCiMbTc

Ejemplo:

215.3412º = 215º 20´ 28.32”

Grados, minutos y segundos

215º20´28”
0.3412 a minutos = 0.3412 * (60) = 20.472
0.472 a segundos = 0.472 * (60) = 28.23

Ejercicio	Procedimiento
1. 215º a radianes.	
2. 4.21 radianes a grados sexagesimales.	
3. $\frac{3}{4}\pi$ a grados sexagesimales.	
4. 195.3256º a grados, minutos y segundos.	
5. 35.45º a grados minutos y segundos.	

SEGUNDO PARCIAL: TRIANGULOS Y POLIGONOS

4 TRIÁNGULOS.

4.1 Definición.

- Es la porción de plano limitado por tres rectas que se cortan dos a dos.
- El triángulo es una superficie plana trilateral; es decir, tiene tres lados y por lo tanto tres ángulos y tres vértices.

4.2 Clasificación de los triángulos:

***Por sus lados*:**

Se clasifican en:

- *Escaleno:*
  El que tiene tres lados desiguales.
- *Isósceles:*
  El que tiene dos lados iguales.
- *Equilátero:*
  El que tiene tres lados iguales.

***Por sus ángulos*:**

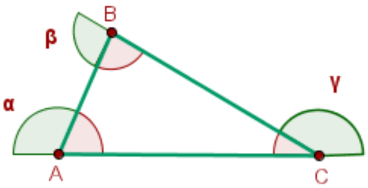
- *Acutángulo:*
  El que tiene tres ángulos agudos.
- *Recto*
  El que tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos.
- *Obtusángulo:*
  El que tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.

4.3 Teoremas relativos a los triángulos.

Teorema 1.

La suma de los ángulos interiores de todo triángulo es igual a 180 grados.

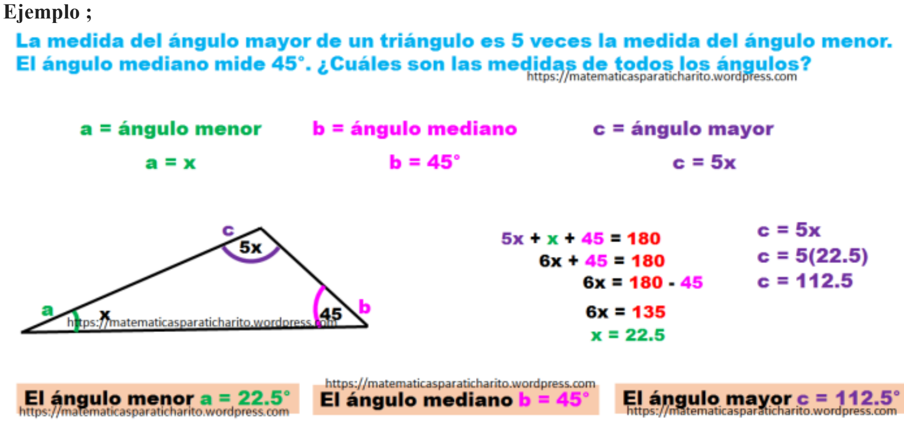
Es importante que revise y transcriba en su cuaderno el siguiente video para su mayor comprensión. [https://www.yo utube.com/watch?v=mim05Nfu5KM](https://www.youtube.com/watch?v=mim05Nfu5KM)



La **suma** de los **ángulos interiores** de un **triángulo** es igual a **180°**.

A + B + C = 180º

Ejemplo ;

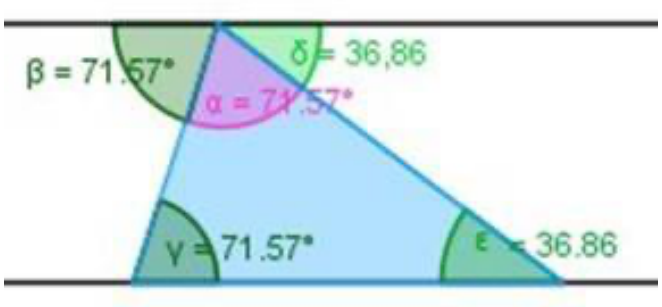


Los ángulos que se forman en un triángulo se relacionan entre sí cumpliendo con las siguientes propiedades o características:

Es importante que revise y transcriba en su cuaderno el siguiente video para su mayor comprensión. **https://youtu.be/Ccn2xZiJIB8**

Teorema 2

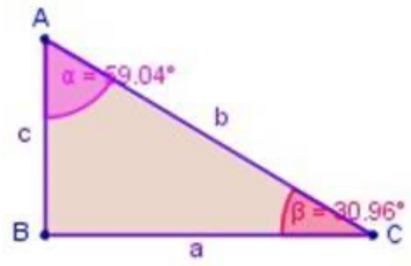
La suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a dos ángulos rectos; es decir, suman 180º. En la figura, **α + γ + ε = 180º**. Recordar que **γ = β** y que **ε = δ** por ser ángulos **alternos internos**



Teorema 3

La suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es igual a 90º.

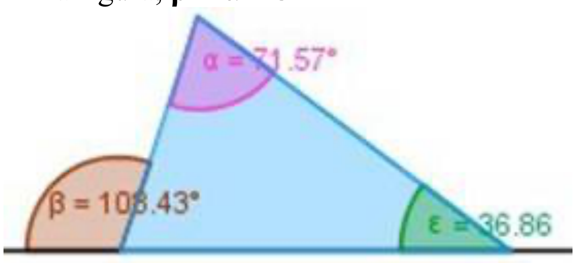
En la figura, $\alpha + \beta = 90º$



Teorema 4

En todo triángulo, la medida de un ángulo externo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos no contiguos (opuestos).

En la figura, $\beta = \alpha + \varepsilon$



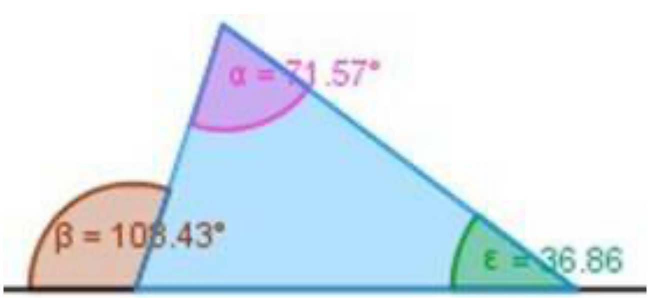
Teorema 5

En todo triángulo la medida de un ángulo externo es mayor que la de cualquier ángulo interior no adyacente.

En la figura,

β > (es mayor que) α

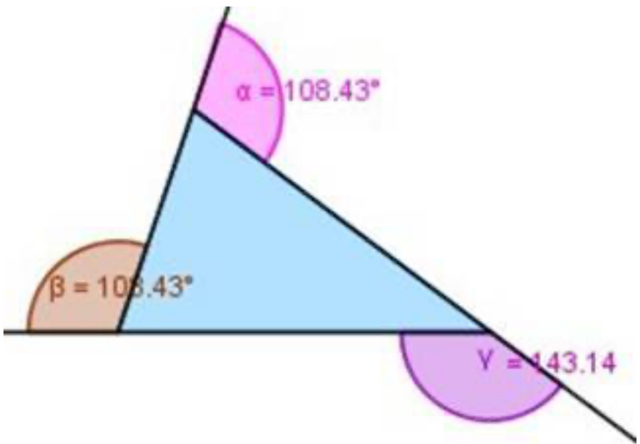
β > (es mayor que) e



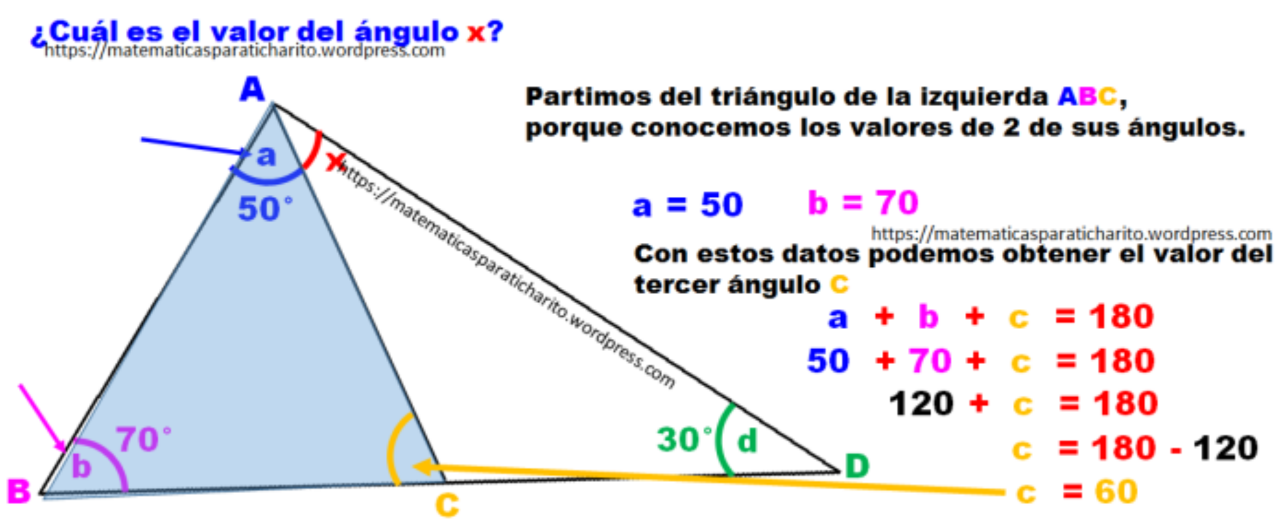
Teorema 6:

La suma tres ángulos exteriores de cualquier triángulo vale cuatro ángulos rectos; es decir, suman 360º.

En la figura, **α + β + γ = 360º**

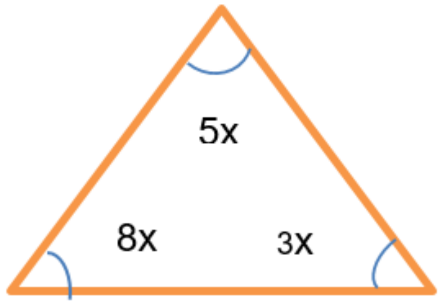


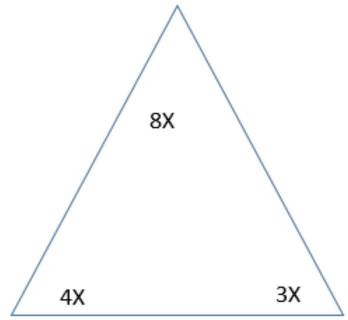
Ejemplo de ángulos exteriores.

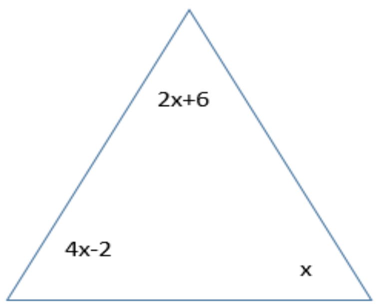


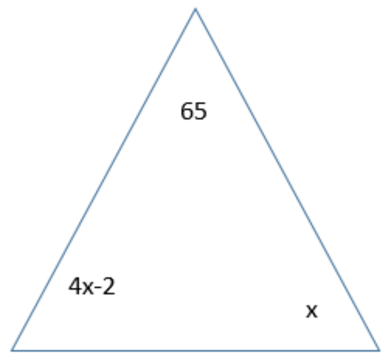
Ejercicios de ángulos interiores de un triángulo.

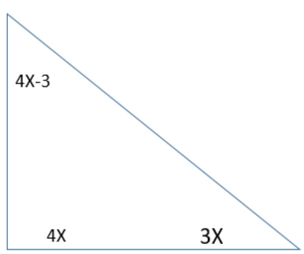
Encontrar en valor “**X**” y de cada uno de sus ángulos

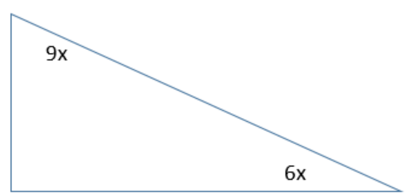

5x
8x
3X


8X
4X
3X

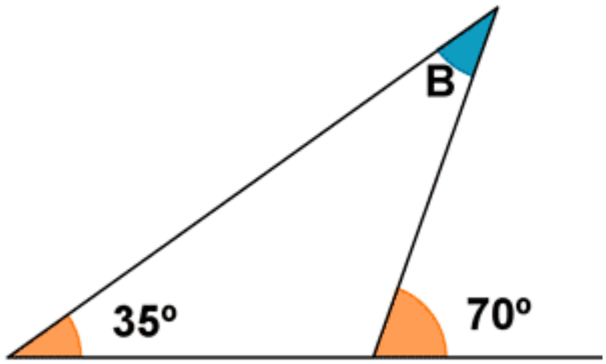

2x+6
4x-2
x

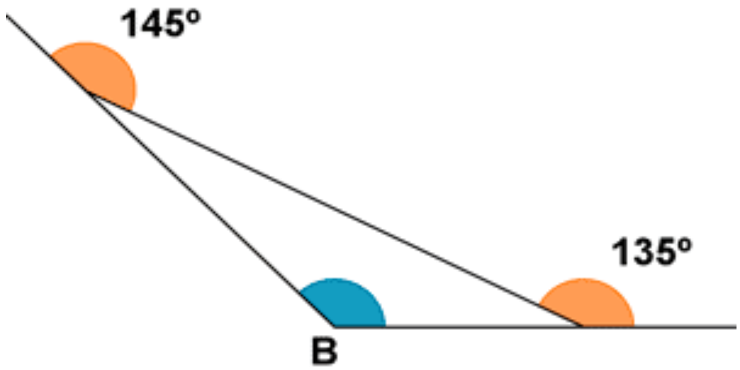

65
4x-2
x

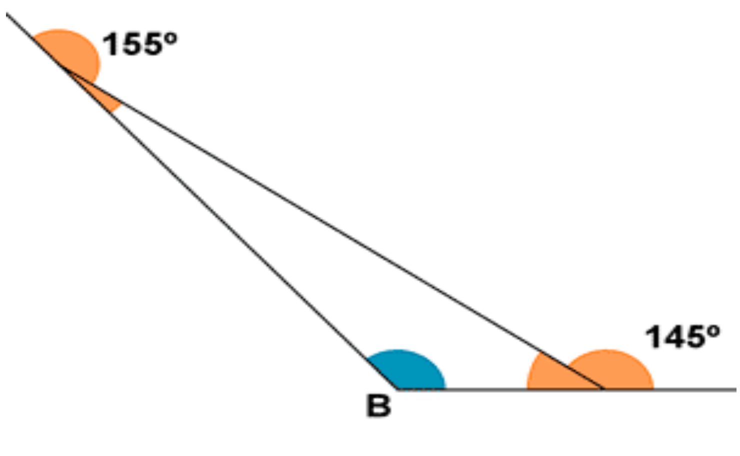

4X-3
4X
3X

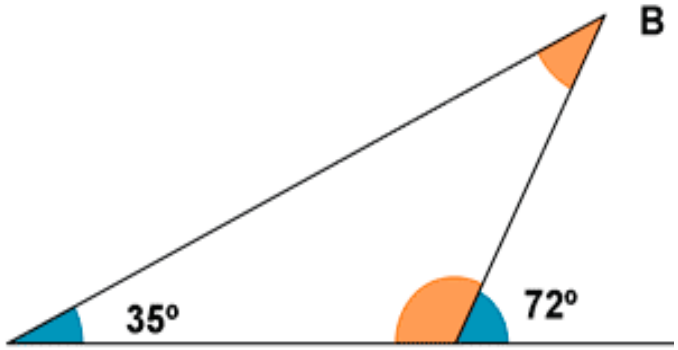

9x
6x

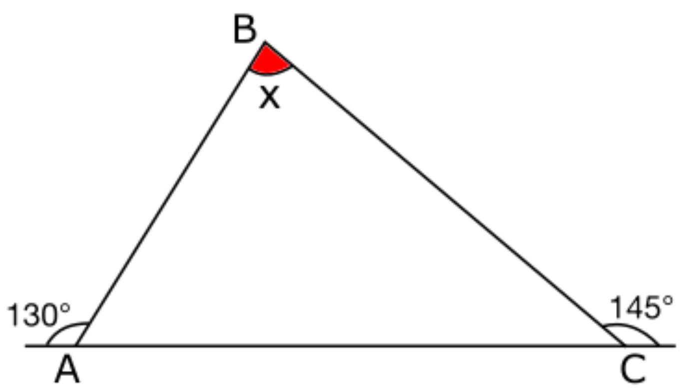
Calcula la medida de los ángulos exteriores e interiores los siguientes triángulos.

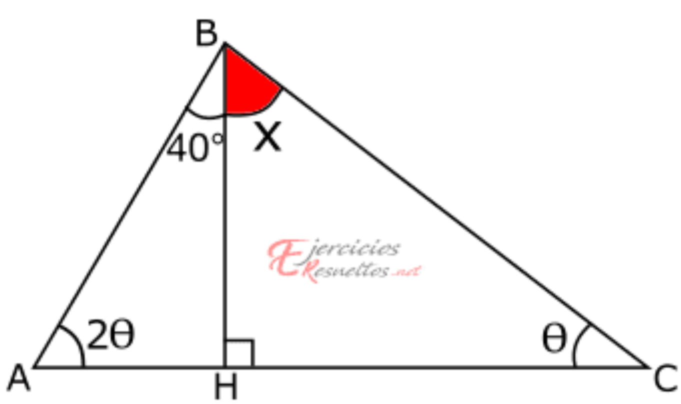







B
35º
72º


B
x
130°
145°
A
C


B
40°
X
2θ
θ
A
H
C
Ejercicios Resueltos.net

4.4. *Rectas notables del triángulo*

Fue Leonhard Euler (1707-1783) quien introdujo la convención para denotar las partes de un tríangulo. En un tríangulo ΔABC se denotan los lados opuestos a A, B y C con las mismas letras pero en minúscula a, b y c, respectivmente. Los ángulos se denotan con la misma letra pero en griego: α, β y γ respectivamente.

Las rectas notables de cualquier triángulo son:

- Medianas.
- Mediatrices.
- Bisectrices.
- Alturas

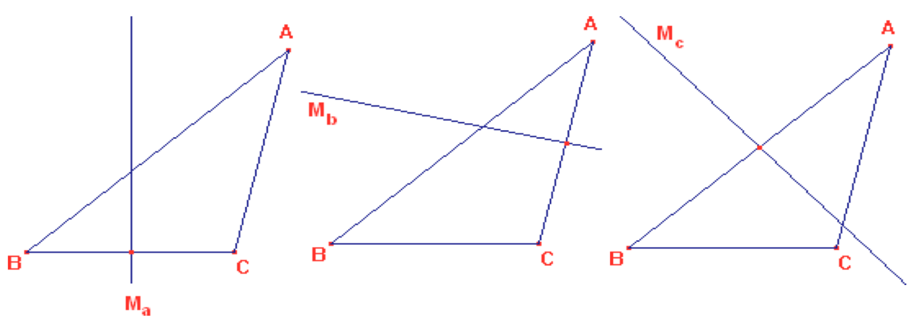
Los puntos donde se cortan las rectas notables en un triángulo son:

- Baricentro.
- Circuncentro.
- Incentro.
- Ortocentro.

Es importante que revise y transcriba en su cuaderno el siguiente video para su mayor comprensión:

1. Rectas y puntos notables de un triángulo | Geometría – Vitual.
   https://www.youtube.com/watch?v=BQS8OxGRw_U
2. Rectas y puntos notables triángulo.
   https://www.youtube.com/watch?v=rKpSeftVe6w

Ejemplo:



4.5 Congruencia

Definición:

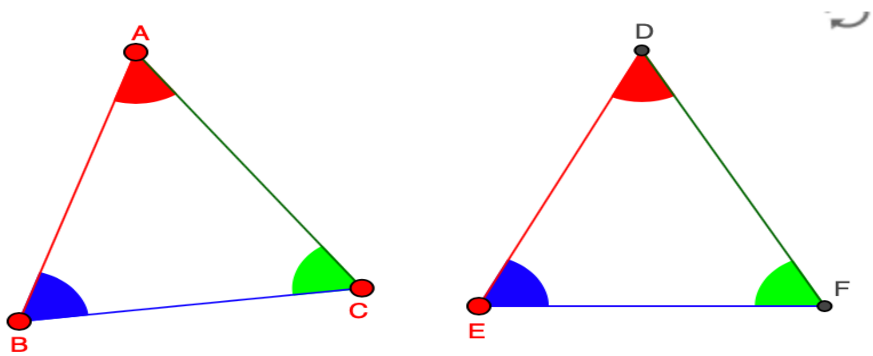
Dos figuras geométricas se llaman congruentes si se pueden identificar una con otra al superponerlas. Por supuesto, en los triángulos identificados, todos sus elementos correspondientes, como sus lados, ángulos, al- turas, medianas y bisectrices, son congruentes. Sin embargo, para determinar que dos triángulos son congruentes, no se necesita establecer la congruencia de todos sus elementos correspondientes. Basta verificar solo la congruencia de algunos de ellos.

Criterio LAL: Si dos lados y el ángulo comprendido entre ellos en un triangulo son congruentes, respectivamente, a dos lados y el ángulo comprendido entre ellos en otro triangulo, entonces los triángulos son congruentes.

Criterio ALA: Si un lado y sus dos ángulos adyacentes en un triangulo son congruentes, respectivamente, a un lado y sus ángulos adyacentes en otro triangulo, entonces los triángulos son congruentes.

Criterio LLL: Si tres lados de un triangulo son congruentes, respectiva- mente, a tres lados de otro triangulo, entonces los triángulos son congruentes.

Ejemplo:

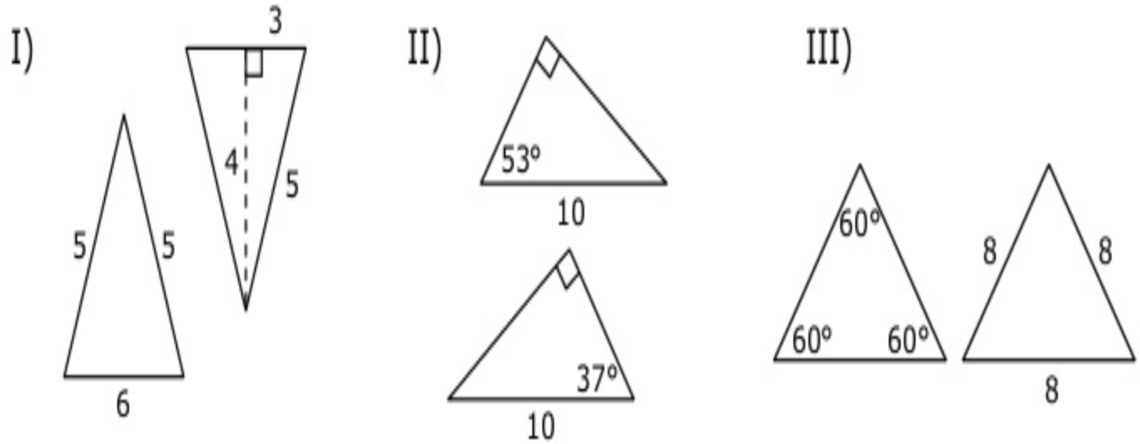


áng(BAC) = 53.13°	**áng(ABC) = 64.76°**	**áng(ACB) = 62.11°**
áng(EDF) = 53.13°	**áng(DEF) = 64.76°**	**áng(DFE) = 62.11°**
AB = 3.34	**BC = 3.02**	**CA = 3.42**
DE = 3.34	**EF = 3.02**	**FD = 3.42**

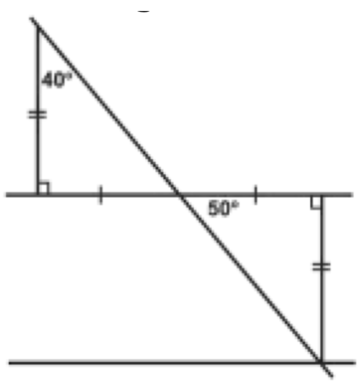
Es importante que revise y transcriba en su cuaderno el siguiente video para su mayor comprensión:

1. CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS Súper fácil.
   https://www.youtube.com/watch?v=U4MTmLvvKQ4

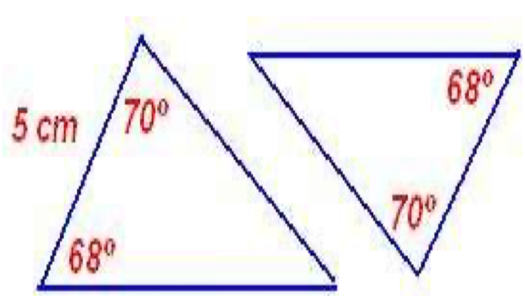
Ejercicios:



IV)



V)



4.6 Semejanza (Teorema de Tales de Mileto)

Definición:

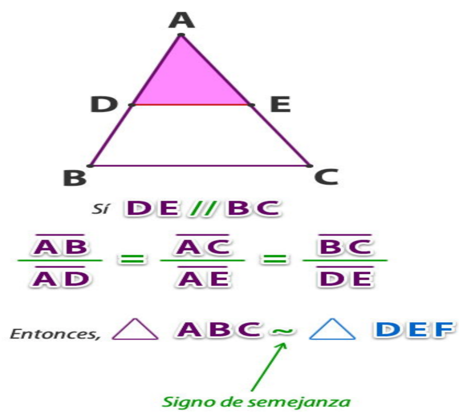
Tales de Mileto fue un matemático griego que proporcionó grandes aportes a la geometría, de los cuales resaltan estos dos teoremas (en algunos textos lo escriben también como Thales) y sus útiles aplicaciones. Estos resultados han sido utilizados a lo largo de la historia y han permitido resolver una amplia variedad de problemas geométricos.

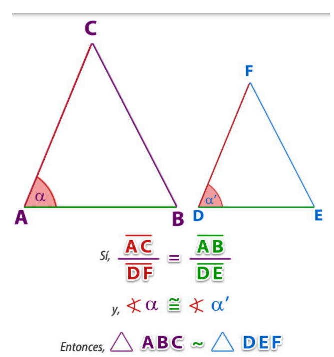
El primer y el segundo teorema de Tales de Mileto se basan en determinar triángulos a partir de otros semejantes (primer teorema) o de circunferencias (segundo teorema). Toda recta paralela a uno de los lados de un triángulo forma, con la prolongación de los otros dos lados otro triángulo que es semejante al triángulo dado.

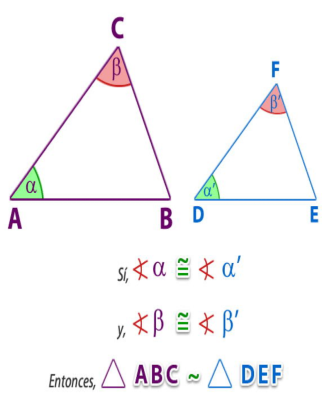
Criterios de semejanza:

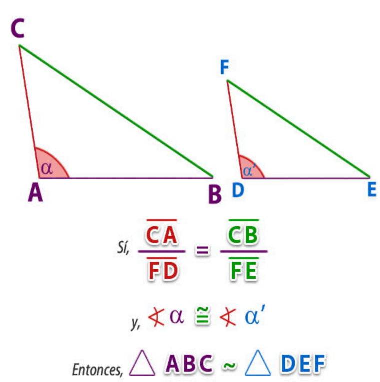
Criterio 1. **(a, l, a):** Si dos triángulos tienen dos ángulos respectivamente iguales, entonces son semejantes.
Criterio 2. **(l, a, l)**: Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.
Criterio 3. **(l, l, l)**: Si dos triángulos tienen sus lados respectivamente proporcionales, entonces son semejantes.

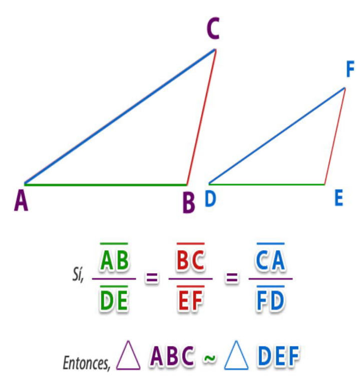
Ejemplo:











Es importante que revise y transcriba en su cuaderno el siguiente video para su mayor comprensión:

1. **TEOREMA DE TALES Súper fácil - Para principiantes.**
   https://www.youtube.com/watch?v=staL7w-eT58
2. **FIGURAS SEMEJANTES Súper fácil - Semejanza Para principiantes**
   https://www.youtube.com/watch?v=4MxChkgm370

Ejercicios	Procedimientos
1. Un triángulo tiene como medidas de sus lados 8m, 6m y 12m y otro triángulo tiene medidas 6m, 4m y 3m. ¿ Son semejantes estos triágulos ? ¿ Cúal es la razón de semejanza?.	
2. ¿Es posible que dos triángulos sean semejantes, si el primero contiene ángulos que miden 50◦ y 79◦, y el segundo, uno de 79◦ y otro de 51◦? ¿Porqué?	
3. Las medidas respectivas de los lados de un triángulo son 3 cm, 5 cm y 6 cm. Si el más corto de los lados de otro triángulo semejante mide 4 cm, encontrar la medida de cada uno de los otros dos lados. Sugerencia: Haga el dibujo de los triángulos en la posición normal y asigne sus medidas.	
4. Un triángulo tiene dos lados de longitud 10cm y 6cm y el ángulo comprendido entre ellos de 100º. Otro triágulo tiene lados de 5cm y 3cm y el ángulo entre ellos dos es de 100.	
5. Si un hombre de 1.75 m de altura proyecta una sombra de 3.50 m, ¿Qué sombra aproximada proyectará un poste de 8.25 m?	
6. Si un árbol de 20 metros proyecta una sombra de 45 metros, ¿Qué sombra proyectará un árbol de 30 metros?	
7. Un edificio de 95 metros de altura proyecta una sombra de 650 metros, un hombre quiere aprovechar esta situación para calcular su estatura, si su sombra es de 11.60 metros.	
8. Una antena proyecta una sombra de 50.4 metros, y un poste de altura 2.54 metros proyecta una sombra de 4.21 metros. ¿Cuánto mide la antena?	

Teorema de Pitágoras

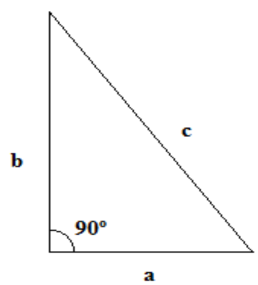
Un teorema importante para el cálculo de la longitud de los lados de un triángulo rectángulo es el teorema de Pitágoras: ***"En todo triángulo rectángulo el cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos"***.

Es importante que revise y transcriba en su cuaderno el siguiente video para su mayor comprensión:
https://youtu.be/CJ8bpjhwA2k.

La ecuación de este teorema es: $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$.

A partir de esta ecuación puede calcularse cualquiera de los lados si se conoce la longitud de los otros dos.

Ejemplos:



1.- Calcular la hipotenusa si los catetos miden: **b** = 4 cm, **a** = 3 cm.

Solución: La fórmula a aplicar es:

$$c^2 = a^2 + b^2 \therefore c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5cm$$

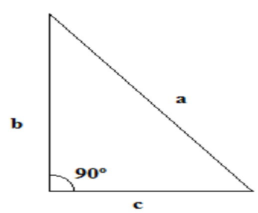
2.- Calcular el cateto **b** si la hipotenusa **c** = 5 cm y el cateto **a** = 3 cm.

Solución: La fórmula a aplicar es:

$c^2 = a^2 + b^2$ se debe despejar el cateto **b**:

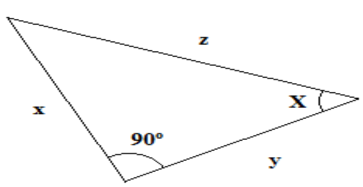
$$b^2 = c^2 - a^2 \therefore b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4cm$$

Determina el valor de la hipotenusa:



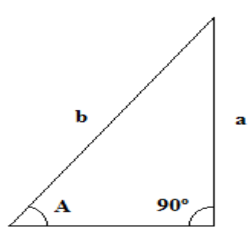
Ejercicio A		Ejercicio B	
a = ?	R =	a = ?	R =
b = 10		b = 8	
c = 7		c = 9	

Determina el valor del cateto opuesto:



Ejercicio A		Ejercicio B	
x = ?	R =	x = ?	R =
y = 9		y = 10	
z = 10.3		z= 16	

Determina el valor del cateto adyacente:



Ejercicio A		Ejercicio B	
a = 8	R =	a = 11	R =
b = 11		b = 15	
c = ?		c = ?	

Poligonos

Definiciones.

El polígono es una **porción de plano limitado por líneas rectas**.

Diagonal de un polígono.
La **diagonal** de un polígono es el segmento de recta que une un vértice con otro que no le es consecutivo.

Ángulos internos de un polígono.
Son los ángulos formados por dos lados consecutivos.

Ángulos externos de un polígono.
Son los ángulos adyacentes a los ángulos interiores, obtenidos prolongando uno de los lados en un mismo sentido.

Clasificación de los polígonos:

Por el número de lados:

Número de lados	Nombre
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono

Número de lados	Nombre
9	Eneágono
10	Decágono
11	Endecágono
12	Dodecágono
13	Tridecágono
14	Tetradecágono

Número de lados	Nombre
15	Pentedecágono
16	Hexadecágono
17	Heptadecágono
18	Octadecágono
19	Eneadecágono
20	Icoságono

Otras clasificaciones son:

- Polígono equilátero.
- Polígono equiángulo.
- Polígono convexo.
- Polígono cóncavo.
- Polígono regular.
- Polígono regular.

Diagonales y ángulos internos y externos de un polígono.

- Desde cada vértice de un polígono se pueden trazar diagonales a los vértices restantes, excepto al anterior y al posterior.
- Existen fórmulas para determinar el número de diagonales trazadas a partir de un vértice, así como el número de triángulos internos que se forman con esas diagonales.
- También existen fórmulas para determinar la medida de los ángulos internos, la suma de todos ellos, y los ángulos externos de un polígono.

1. Matemática - Diagonales de un polígono: https://www.youtube.com/watch?v=t9VDM5sYo0k

Fórmulas para determinar los ángulos internos y externos, diagonales de un polígono. Es importante que observe y transcriba en su cuaderno el siguiente video:

1. ANGULOS INTERNOS DE UN POLIGONO REGULAR Super facil: https://www.youtube.com/watch?v=ku_GwiCfIpk

Suma de los ángulos internos.

La suma de los ángulos internos es: $\mathbf{\Sigma \boldsymbol{i} = 180^{o} (n - 2)}$

Ángulo interno.

El valor de cada ángulo interno es: $\mathbf{\boldsymbol{i} = 180^{o} (n - 2) / n}$

Suma de los ángulos externos.

La suma de los ángulos externos (**Σ*e*) siempre es igual a 360º.**

Ángulo externo.

El valor de cada ángulo externo es: $\mathbf{\boldsymbol{e} = 360^{o}/n}$.

Diagonales que pueden trazarse desde un vértice.

El número de diagonales desde un vértice es: $\mathbf{\boldsymbol{n_d} = n - 3}$

Número total de diagonales que pueden trazarse desde todos los vértices.

El número total de diagonales desde todos los vértices es: $\mathbf{\boldsymbol{N_d} = n(n - 3)/2}$

Ejemplos:

1.- Calcular la suma de los ángulos internos y el valor de un ángulo interno de un hexágono.

Solución:

Para la suma de los ángulos internos la fórmula a aplicar es:

$\Sigma i = 180^{o} (n - 2)$; el número de lados es $n = 6 \therefore \Sigma i = 180^{o} (6 - 2) = 180^{o} (4) = 720^{o}$.

Para el ángulo interno la fórmula a aplicar es:

$i = 180^{o} (n - 2) / n \therefore i = 180^{o} (n - 2) / n$; $i = 180^{o} (6 - 2) / 6 = 180^{o} (4) / 6 = 720^{o} / 6 = 120^{o}$

2.- Calcular el valor del ángulo externo de un hexágono.

Solución:

La fórmula aplicar es:

$e = 360^{o}/n$; el número de lados es $6 \therefore e = 360^{o}/6 = 60^{o}$

3.- Calcular el número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice y el número total de diagonales en un hexágono.

Solución:

Para el número de diagonales de un vértice la fórmula a aplicar es:

$n_d = n - 3$; el número de lados es $6 \therefore n_d = 6 - 3 = 3$ diagonales.

Para el número total de diagonales la fórmula a aplicar es:

$N_d = n(n - 3)/2$, el número de lados es $6 \therefore N_d = 6(6 - 3)/2 = 6(3)/2 = 18/2 = 9$ diagonales.

Ejercicios:

Ejercicios	Procedimientos
1. Calcula la suma de los ángulos internos de un octágono.	
2. Calcula la suma de los ángulos internos de un pentadecágono:	
3. ¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyos ángulos interiores suman 2340º? (de la fórmula en el inciso 5.4.1 despeja la literal n).	
4. ¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyos ángulos interiores suman 1620º?	
5. ¿Cuántos lados tienen los polígonos regulares cuyos ángulos interiores suman 1440º?	
6. ¿Cuántos lados tienen los polígonos regulares cuyos ángulos interiores suman 1980º?	
7. ¿Cuántos lados tienen los polígonos regulares cuyos ángulos interiores suman 1080º?	

Área de un polígono.

La fórmula para determinar el área de un polígono regular de **n** lados de longitud **l** y apotema **a** es:

$$\mathbf{A = n \cdot l \cdot a/2}.$$

Ejercicio	Procedimiento
1. ¿Cuál es el área de un decágono cuya apotema mide 5cm y cuyo lado mide 4?14 cm?	
2. ¿Cuál es el área de un pentágono cuya apotema mide 8 cm y cuyo radio mide 9?9 cm?	

TERCER PARCIAL

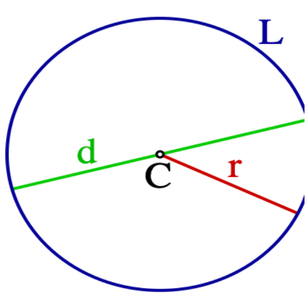
CIRCUNFERENCIA Y TRIGONOMETRIA

Circunferencia

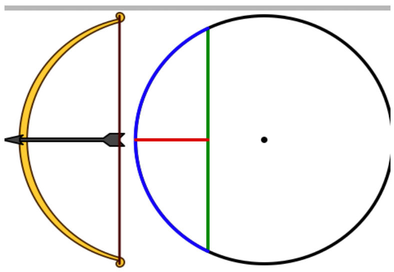
Definiciones.

Es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan a otro punto llamado centro. Distíngase de círculo, cuyo lugar geométrico que queda determinado por una **circunferencia** y la región del plano que encierra esta.

Elementos relevantes de la circunferencia, heredados por el círculo:



- El centro es el punto equidistante a todos los puntos de una circunferencia.
- Un radio es cualquier segmento que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de la misma. El radio también es la longitud de los segmentos del mismo nombre.
- Un diámetro es cualquier segmento que une dos puntos de la circunferencia pasando por su centro. El diámetro también es la longitud de los segmento del mismo nombre.



- El perímetro es el contorno de la circunferencia y su longitud.
- Una cuerda es cualquier segmento que une dos puntos de una circunferencia. El diámetro es un cuerda de máxima longitud.
- Un arco es cualquier porción de circunferencia delimitada por dos puntos sobre esta. Se dice también que una cuerda subtiende cada arco que determinan sus extremos.
- Una flecha o sagita respecto una cuerda es el segmento de su mediatriz que hay entre esta cuerda y el arco que determina esta, sin pasar por el centro.
- Una semicircunferencia es cualquier arco delimitado por los extremos de un diámetro.

TRIGONOMETRÍA.

Definiciones:

Trigonometría.

- Es la rama de la geometría métrica que se ocupa de la medida de los elementos del triángulo. El desarrollo de ésta estuvo asociado al estudio de las relaciones entre lados y los ángulos de un triángulo.
- Ciencia que estudia las relaciones que ligan los lados y los ángulos de un triángulo.
- Medida de los triángulos.

Funciones trigonométricas.

- Son las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo.

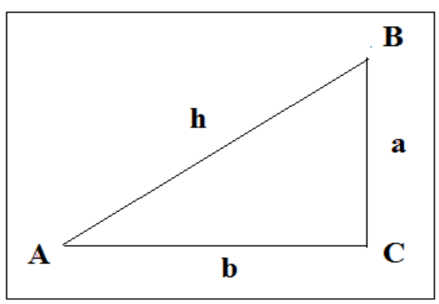
Funciones trigonométricas en de los triángulos rectángulos.
https://www.youtube.com/watch?v=jB190Wr1QFM

Las funciones trigonométricas de un triángulo rectángulo son **6**: *seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante*.

Estas funciones se definen en forma general para los ángulos agudos del triángulo rectángulo.
Los lados del triángulo rectángulo reciben nombres específicos como sigue:

- *Hipotenusa*: Es el lado opuesto al ángulo recto.
- *Catetos*: Son los lados que forman el ángulo recto.

Dado el triángulo rectángulo ABC, las funciones se definen como sigue:
https://www.youtube.com/watch?v=8zVW0U2jn8U&t=276s



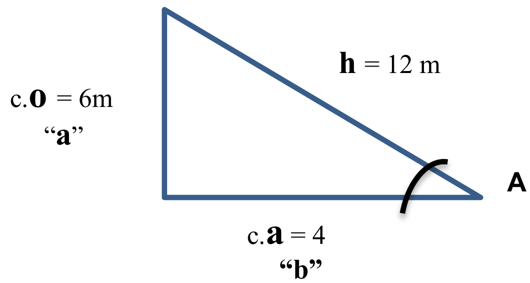
$$sen\ A = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{h} \qquad cos\ A = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{b}{h}$$

$$tan\ A = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{a}{b} \qquad cot\,an\ A = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto} = \frac{b}{a}$$

$$sec\ A = \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente} = \frac{h}{b} \qquad csc\ A = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} = \frac{h}{a}$$

Ejemplos de aplicación:

a) Una cuerda de 12 m está amarrada en lo alto de un poste de 6 m y de la punta de la cuerda a la base del poste, el Angulo a = 30º. La cuerda se estira perfectamente y se amarra en el suelo hasta donde da. Indica las funciones trigonométricas directa e inversas del Triangulo rectángulo.



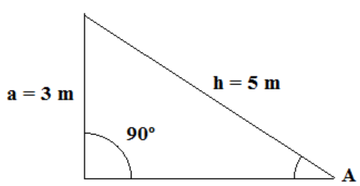
$$sen\ A = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{h} = \mathbf{\frac{6}{12}} \qquad csc\ A = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} = \frac{h}{a} = \mathbf{\frac{12}{6}}$$

$$cos\ A = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{b}{h} = \mathbf{\frac{4}{12}} \qquad sec\ A = \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente} = \frac{h}{b} = \mathbf{\frac{12}{4}}$$

$$tan\ A = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{a}{b} = \mathbf{\frac{6}{4}} \qquad cot\,an\ A = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto} = \frac{b}{a} = \mathbf{\frac{4}{6}}$$

1.- Recargamos una escalera de 5 m hasta lo alto de una pared de 3m, ¿cuál será el ángulo que forma la escalera con el suelo?

Solución: Con los datos dibujamos un esquema como sigue:



Datos:
h = 5m (hipotenusa) (escalera)
a = 3m (cateto opuesto) (pared)
A = ?

Fórmula:

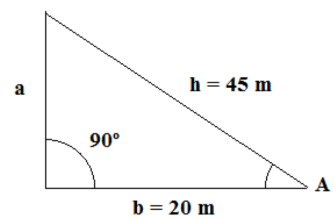
$$sen\ A = \frac{a}{h}$$

Sustitución:

$$sen\ A = \frac{3m}{5m} = 0.6$$

Utilizando la calculadora con la función inverso de seno 0.6 (sin^{-1}) se obtiene el ángulo $A = 36^{o}52'11''$

2.- Un árbol proyecta una sombra de 20m y un cable amarrado desde la punta del árbol hasta la punta de la sombra mide 45m. ¿Qué ángulo forma el cable con el piso?, ¿cuánto mide el árbol?



Datos:

h = 45m (hipotenusa)(cable)
b = 20m (cateto adyacente)(sombra)
A =?
a = ?

Fórmula:

$$\cos A = \frac{b}{h}$$

Sustitución:

$$\cos A = \frac{20\,m}{45\,m} = 0.4444$$

Utilizando la calculadora con la función inverso de cos 0.4444 ($\cos^{-1}$). se obtiene el ángulo $A = 63^o 36' 43''$

Para calcular la altura *a* se utiliza la función seno y se despeja a:

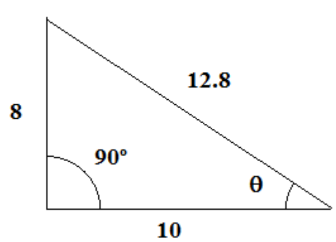
$$sen\,A = \frac{a}{h} \;\therefore\; a = h\,senA \quad a = h\,senA = h\,sen\,63^o 36' 43'' = 45 \times 0.8958\,m$$

$$a = h\,sen\,63^o 36' 43'' = 45 \times 0.8958\,m$$

$$a = 40.31\,m$$

Resolver el siguiente ejercicio utilizando cualquiera de las funciones directas:

b) Un árbol mide 15m, y de la punta sale un cable que se amarra al suelo hasta que forma un ángulo de 38° con el suelo. ¿cuánto mide el cable? (despeja el lado requerido de la función *sen A*).
R =

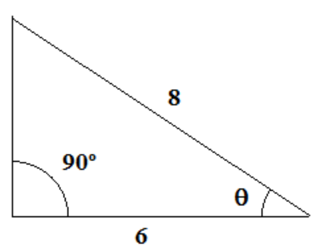


sen θ = 8/12.8 = 0.6247 38°39´35´´
cos θ = 10/12.8 = 0.7809 38°39´35´´
tan θ = 8/10 = 0.8 38°39´35´´

Todas dan el mismo ángulo.

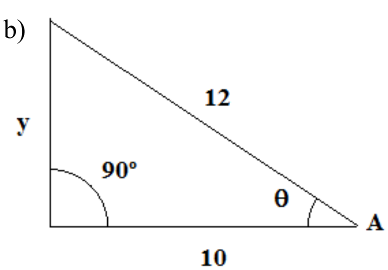
Ejercicios.

a)



θ = ? R :
y = ?

b)



θ= ? R:
R:

Calcular el valor natural de los ángulos siguientes:

a)	sen 43º 40’	R =
b)	cos 54º 10’	R =
c)	tan 74° 16’	R =
d)	cot 85°	R =
e)	csc 123°	R =
f)	sec 60°	R =

Dado el valor de la función trigonométrica, calcula el ángulo al cual corresponde:

a)	sen x = 0.4268	R:	x = ?
b)	csc y = 1.3475	R:	y = ?
c)	cos A = 0.7642	R:	A =?
d)	cot C = 2.0523	R:	C = ?
e)	tan z = 0.1793	R:	z = ?
f)	sec θ = 3.5482	R:	θ = ?

5.- En un triángulo rectángulo un ángulo mide 40°, y el cateto opuesto mide 8 cm. determina los otros ángulos y lados.

BIBLIOGRAFÍA.

- Matemáticas II, Autor Ibáñez Patricia, García Gerardo, Edit. CENGAGE.
- Matemáticas II, Autor Cuellar Juan Antonio, Edit. Mac Graw Hill.
- Matemáticas II, Autor Méndez Hinojosa Arturo, Edit. Santillana.
- RIVERA, Enrique. Geometría y Trigonometría. México D.F. Ed. Gafra. 2012. 211 p.

FUENTES DE INFORMACIÓN

- https://www.youtube.com/watch?v=GeSiN6vpNS0
- https://www.yo utube.com/watch?v=mim05Nfu5KM
- https://youtu.be/Ccn2xZiJIB8
- https://www.youtube.com/watch?v=BQS8OxGRw_U
- https://www.youtube.com/watch?v=rKpSeftVe6w
- https://www.youtube.com/watch?v=U4MTmLvvKQ4
- https://www.youtube.com/watch?v=staL7w-eT58
- https://www.youtube.com/watch?v=E_RwKCiMbTc
- https://www.youtube.com/watch?v=S5xmJTmqQFA
- https://www.youtube.com/watch?v=4MxChkgm370
- https://www.youtube.com/watch?v=t9VDM5sYo0k
- https://www.youtube.com/watch?v=ku_GwiCfIpk
- https://www.youtube.com/watch?v=jB190Wr1QFM
- https://www.youtube.com/watch?v=8zVW0U2jn8U&t=276s